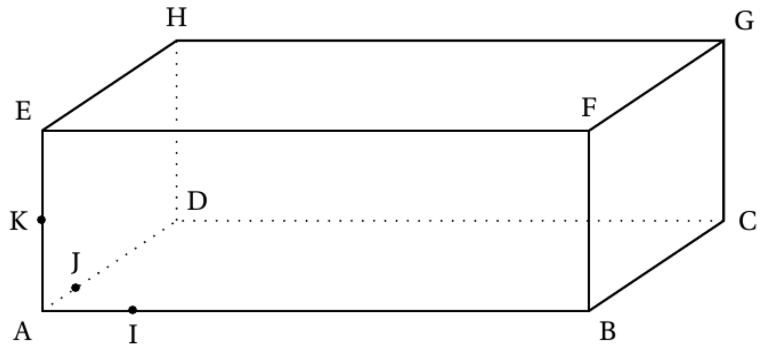
AP : Sujets de bac sur la géométrie dans l'espace

I-Un sujet plutôt facile

On considère le pavé droit ABCDEFGH ci-dessous, pour lequel AB = 6, AD = 4 et AE = 2.

I, J et K sont les points tels que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$.



On se place dans le repère orthonormé $\left(A ; \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ}, \overrightarrow{AK}\right)$.

1. Vérifier que le vecteur $\vec{n}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -9 \end{pmatrix}$ est normal au plan (IJG).

2. Déterminer une équation du plan (IJG).

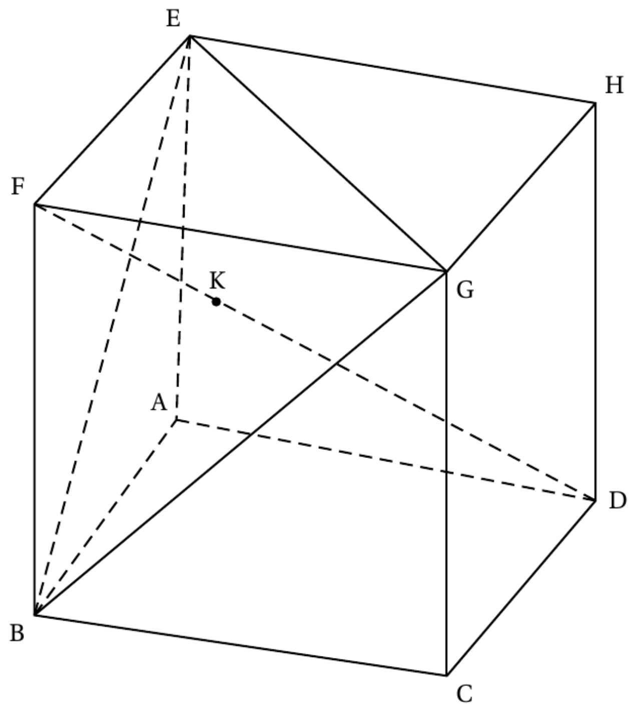
3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection L du plan (IJG) et de la droite (BF).

4- Tracer la section du pavé ABCDEFGH par le plan (IJG).

II- Classique avec un calcul de volume.

On considère le cube ABCDEFGH, d'arête de longueur 1, représenté ci-contre et on munit l'espace du repère orthonormé $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (FD).
2. Démontrer que le vecteur $\vec{n}(1 ; -1 ; 1)$ est un vecteur normal au plan (BGE) et déterminer une équation du plan (BGE).
3. Montrer que la droite (FD) est perpendiculaire au plan (BGE) en un point K de coordonnées $K\left(\frac{2}{3} ; \frac{1}{3} ; \frac{2}{3}\right)$.
4. Quelle est la nature du triangle BEG ? Déterminer son aire.
5. En déduire le volume du tétraèdre BEGD.



III- Classique avec un calcul de distance entre droites

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère :

— les points A(0 ; 1 ; −1) et B(−2 ; 2 ; −1).

— la droite $\mathscr{D}$ de représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{rcl} x & = & -2+t \\ y & = & 1+t \\ z & = & -1-t \end{array}\right.$, $t \in \mathbb{R}$.

1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB).

2. a. Montrer que les droites (AB) et $\mathscr{D}$ ne sont pas parallèles.

b. Montrer que les droites (AB) et $\mathscr{D}$ ne sont pas sécantes.

Dans la suite la lettre u désigne un nombre réel.
On considère le point M de la droite $\mathscr{D}$ de coordonnées $(-2+u\ ;\ 1+u\ ;\ -1-u)$.

3. Vérifier que le plan $\mathscr{P}$ d'équation $x+y-z-3u=0$ est orthogonal à la droite $\mathscr{D}$ et passe par le point M.

4. Montrer que le plan $\mathscr{P}$ et la droite (AB) sont sécants en un point N de coordonnées $(-4+6u\ ;\ 3-3u\ ;\ -1)$.

5. a. Montrer que la droite (MN) est perpendiculaire à la droite $\mathscr{D}$.

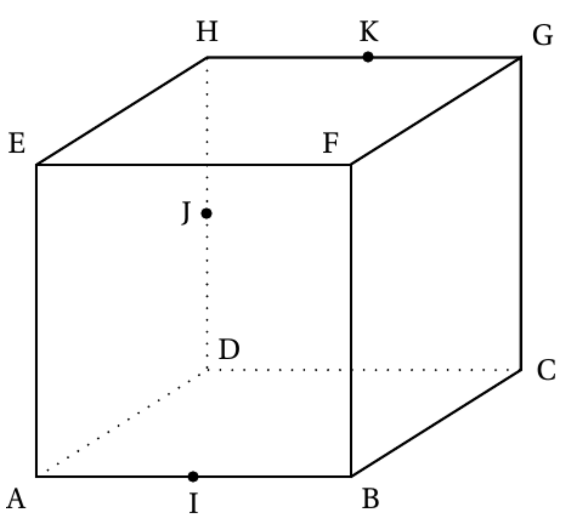
b. Existe-t-il une valeur du nombre réel u pour laquelle la droite (MN) est perpendiculaire à la droite (AB) ?

6. a. Exprimer MN^2 en fonction de u.

b. En déduire la valeur du réel u pour laquelle la distance MN est minimale.*

IV-Exercice peu guidé (3 de Polynésie septembre 2015).

ABCDEFGH est un cube. I est le milieu de [AB], J est le milieu de [HD] et K est
le milieu de [HG].
On se place dans le repère $\left(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$
1. Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{CE}$ est un vecteur normal au plan (IJK).
2. Démontrer que la droite (BD) est parallèle au plan (IJK).
3. Soit M un point de la droite (CE). Quelle est la position du point M sur la droite (CE) pour laquelle le plan (BDM) est parallèle au plan (IJK) ?



.