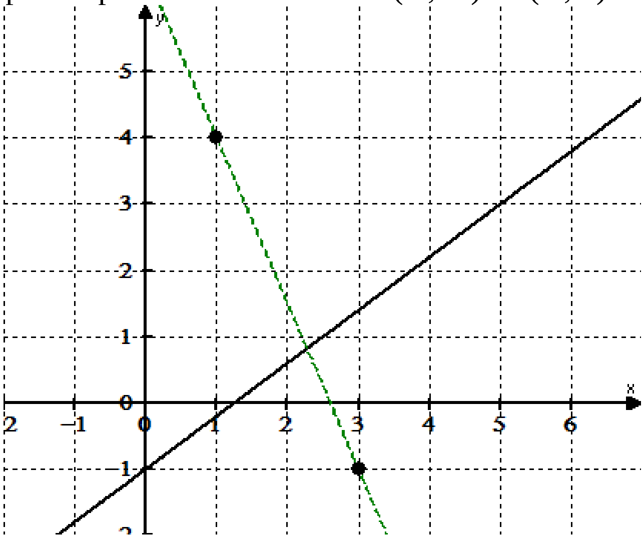
EXERCICE 1

1. En utilisant l'équation de la droite, on calcule le tableau de valeurs suivant :

Valeurs de x	0	5
Valeurs de y	-1	3

La droite représentant f passe par les points de coordonnées (0 ; -1) et (5 ; 3)



2.a) Comme g est affine , que $g(1) = 4$ et $g(3) = -1$, sa représentation graphique est la droite passant par les points de coordonnées (1 ; 4) et (3 ; -1)

2.b) Comme g est affine , son expression est de la forme $g(x) = ax + b$.

On sait que $a=\frac{g(3)-g(1)}{3-1}=\frac{-1-4}{2}=-2{,}5$.

Donc , l'expression de $g(x)$ est de la forme $g(x) = -2{,}5x + b$.

Comme $g(3) = -1$, on en déduit que $-2{,}5\times3 + b = -1 \Leftrightarrow -7{,}5 + b = -1 \Leftrightarrow b = -1 + 7{,}5 = 6{,}5$.

Donc , $g(x) = -2{,}5x + 6{,}5$.

2.c) $g(x) = 0 \Leftrightarrow -2{,}5x + 6{,}5 = 0 \Leftrightarrow -2{,}5x = -6{,}5 \Leftrightarrow x = 2{,}6$.

On en déduit le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		2,6		$+\infty$
$g(x)$		+	0	$-$	

3. Par lecture graphique ,

a) $f(x) = 1$ a pour solution $x = 2{,}5$;

b) L'ensemble des solutions de $g(x) < 2$ est $]1{,}8 ; +\infty[$.

c) $f(x) = g(x)$ a pour solution $x = 2{,}3$

4. ▪ $f(x) = 1 \Leftrightarrow 0{,}8x - 1 = 1 \Leftrightarrow 0{,}8x = 2 \Leftrightarrow x=\frac{2}{0{,}8}=2{,}5$.

▪ $f(x) = 1 \Leftrightarrow 0{,}8x - 1 = 1 \Leftrightarrow 0{,}8x = 2 \Leftrightarrow x=\frac{2}{0{,}8}=2{,}5$.

▪ $f(x) = 1 \Leftrightarrow 0{,}8x - 1 = 1 \Leftrightarrow 0{,}8x = 2 \Leftrightarrow x=\frac{2}{0{,}8}=2{,}5$.

EXERCICE 2

On note f la fonction définie par

$$f(x) = 0{,}5\,x^2 - 3x + 4 .$$

1. Par lecture graphique , $f(x) = 4$ a pour solution $x = 0$ et $x = 6$;

L'ensemble des solution de $f(x) \geq 0$ est $]-\infty ; 2] \cup [4 ; +\infty[$.

2. ▪ $(0{,}5x - 2)(x - 2) = 0{,}5x^2 - x - 2x + 4 = 0{,}5\,x^2 - 3x + 4 = f(x)$.

▪ $0{,}5(x - 3)^2 - 0{,}5 = 0{,}5\,(x^2 - 6x + 9) - 0{,}5 = 0{,}5x^2 - 3x + 4{,}5 - 0{,}5 = 0{,}5\,x^2 - 3x + 4 = f(x)$.

3. ▪ $f(x) = 4 \Leftrightarrow 0{,}5\,x^2 - 3x + 4 = 4 \Leftrightarrow 0{,}5\,x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(0{,}5\,x - 3)= 0$

Un produit de facteurs étant nul si seulement si l'un des facteurs est nul, cela équivaut encore à :

$x = 0$ ou $0{,}5x - 3 = 0 \Leftrightarrow 0{,}5x = 3 \Leftrightarrow x = 6$,

Donc , l'équation $f(x) = 4$ a pour solution $x = 0$ et $x = 6$.
$f(x) \geq 0 \Leftrightarrow (0,5x - 2)(x - 2)$ ³ 0 .
Cela revient donc à déterminer les valeurs de x pour lesquelles le produit $(0,5x - 2)(x - 2)$ est positif ou nul .

x	$-\infty$			2			4			$+\infty$
$0.5x-2$			$-$	|	$-$		0		$+$	
$x-2$			$-$	0	$+$		|		$+$	
$f(x)$			$+$	0	$-$		0		$+$	

L'ensemble des solution de $f(x) \geq 0$ est donc bien $]-\infty ; 2] \cup [4 ; +\infty[$.

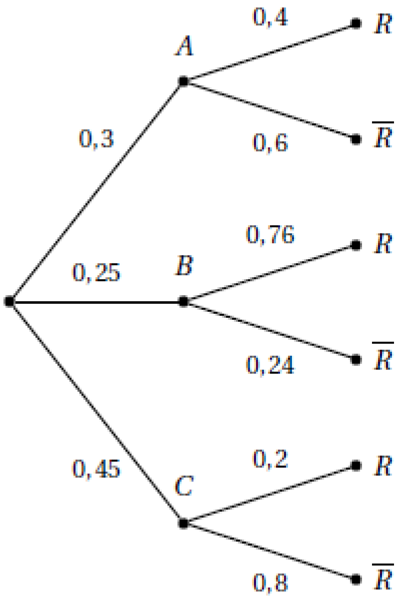
EXERCICE 3
Les vecteurs $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *ont pour coordonnées respectives* (1 ; - 4) *et* (5 ; 2) .
a) $\vec{u}+\vec{v}$ a pour coordonnées (1+ 5 ; -4 + 2) = (6 ; -2) .
$3\vec{u}$ a pour coordonnées (3×1 ;3×(-4)) = (3 ; -12) .
$-2\vec{v}$ a pour coordonnées (-2×5 ; -2×2) = (-10 ; -4) .
Donc , $3\vec{u}-2\vec{v}$ a pour coordonnées (6+ (-10) ; -12 + (-4)) = (-4 ; -16) .
b) On applique le critère de colinéarité 1×2 – 5×(-4) = 22 .
Puisque ce résultat est non nul , ils ne sont pas colinéaires .

EXERCICE 4
1. D'après les formules du cours , K a pour coordonnées :
$$\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)=\left(\frac{-3+(-5)}{2};\frac{4+(-2)}{2}\right)=(-4;1) \quad .$$
2. On calcule la distance BC .
$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(-5-3)^2+(-2-2)^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$.
Comme $BC^2 = 80$ et $AC^2 + AB^2 = (2\sqrt{10})^2 + (2\sqrt{10})^2 = 40 + 40 = 80$, on a $BC^2 = AC^2 + AB^2$.
On en conclut , grâce à la réciproque de Pythagore, que le triangle ABC est rectangle en A .
Montrer que le triangle ABC est rectangle .
2.a) Comme $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, les vecteurs $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires , donc les droites (AF) et (BC) sont parallèles .
2.b) Le vecteur $\overrightarrow{BC}$ a pour coordonnées $(x_C-x_B; y_C-y_B)=(-5-3;-2-2)=(-8;-4)$.
On en déduit que le vecteur $\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ a pour coordonnées $\left(\frac{3}{4}\times(-8);\frac{3}{4}\times(-4)\right)=(-6;-3)$.
Comme le vecteur $\overrightarrow{BE}$ a pour coordonnées $(x_E-x_B; y_E-y_B)=(x_E-3; y_E-2)$, on en déduit les relations :
$$\begin{cases} x_E-3=-6 \\ y_E-2=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E=-3 \\ y_E=-1 \end{cases} \quad .$$
Donc , le point E a pour coordonnées (-3 ; -1) .

3. Pour montrer que E , F et K sont alignés , il suffit d'établir que les vecteur $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EK}$ sont colinéaires .
Le vecteur $\overrightarrow{EF}$ a pour coordonnées $(x_F-x_E; y_F-y_E)=(-5-(-3);3-(-1))=(-2;4)$.
Le vecteur $\overrightarrow{EK}$ a pour coordonnées $(x_K-x_E; y_K-y_E)=(-4-(-3);1-(-1))=(-1;2)$.
Comme -2×2 - (-1)×4 = 0 , on en conclut que les les vecteur $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EK}$ sont colinéaires et , par suite, que les points E , F et K sont alignés

EXERCICE 5

On peut représenter la situation de l'énoncé à l'aide d'un arbre de choix :



1.a) D'après l'arbre pondéré ,

$p(B \cap R) = 0{,}25 \times 0{,}76 = 0{,}19$.

1.b) La probabilité pour que le poisson pêché ait une dimension réglementaire est $p(R)$.

Or , $p(R) = p(A \cap R) + p(B \cap R) + p(C \cap R)$

$p(R) = 0{,}3 \times 0{,}4 + 0{,}19 + 0{,}45 \times 0{,}2 = 0{,}4$.