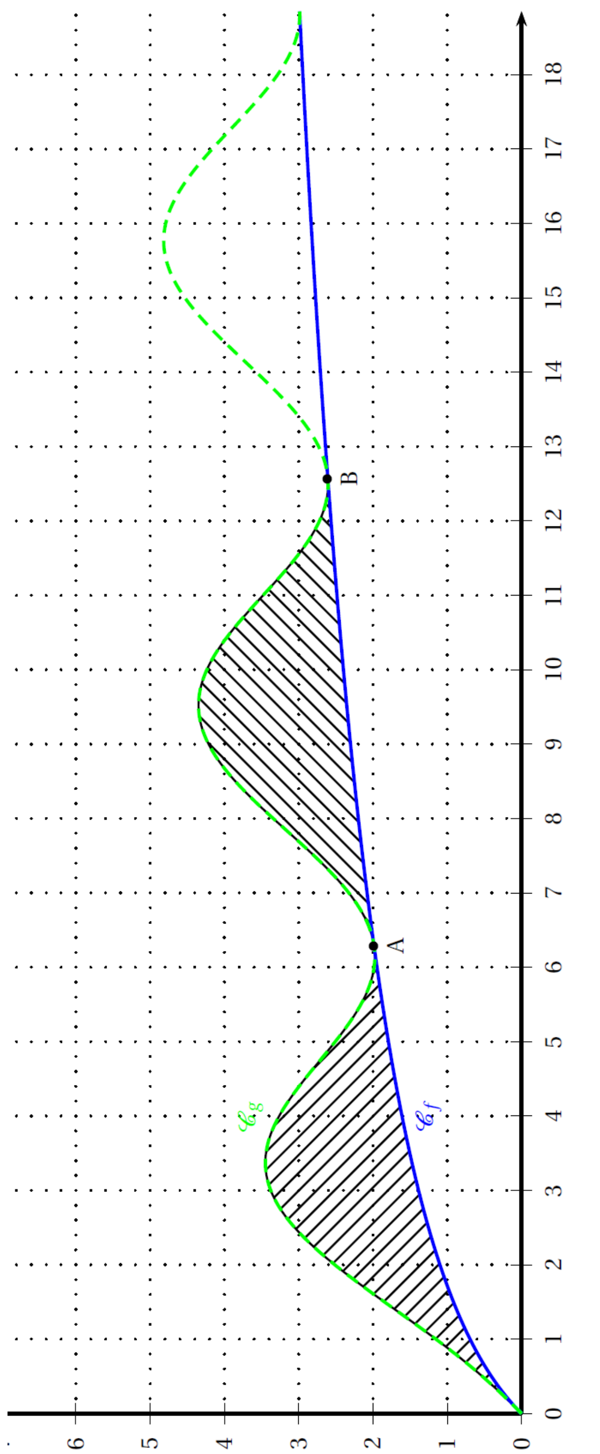
I-Problème ouvert (Antilles Guyane septembre 2014)
On considère l'équation ($E1$) : $e^x - x^n = 0$ où x est un réel strictement positif et n un entier naturel non nul.
1-Montrer que l'équation ($E1$) est équivalente à l'équation
($E2$) : $\ln(x) - \frac{x}{n} = 0$.
2-Pour quelles valeurs de n l'équation ($E1$) admet-elle deux solutions ?

II-Nouvelle Calédonie novembre 2015 sur 3pts
Pour chaque réel a, on considère la fonction fa définie sur l'ensemble des nombres réels **R** par
$f_a(x) = e^{x-a} - 2x + e^a$.
1- Montrer que pour tour réel a, la fonction fa possède un minimum.
2- Existe-t-il une valeur de a pour laquelle ce minimum est le plus petit possible?

III-Nouvelle Calédonie mars 2016
On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle [0 ; 16] par $f(x) = \ln(x+1)$ et
$g(x) = \ln(x+1) + 1 - \cos(x)$.
Dans un repère du plan, on note Cf et Cg les courbes représentatives des fonctions f et g . Ces courbes sont données ci-contre. Comparer les aires des deux surfaces hachurées sur ce graphique.

IV-Pondichéry avril 2016
Soit f la fonction définie sur]0 ; 14] par
$f(x) = 2 - \ln\left(\frac{x}{2}\right)$.
La courbe représentative Cf de la fonction f est donnée dans le repère orthogonal ci dessous.
À tout point M appartenant à Cf on associe le point P projeté orthogonal de M sur l'axe des abscisses, et le point Q projeté orthogonal de M sur l'axe des ordonnées.
• L'aire du rectangle OPMQ est-elle constante quelle que soit la position du point M sur Cf ?
• L'aire du rectangle OPMQ peut-elle être maximale ?
Si oui, préciser les coordonnées du point M correspondant.
Justifier les réponses.

Annexe de l'exercice III



Annexe exercice IV